Dynamische makroökonomische Gleichgewichtsmodelle

Prof. Dr. Ingrid Größl

Universität Hamburg

Angestrebte Ergebnisse

- Verständnis im Hinblick darauf, wie dynamische makroökonomische Gleichgewichtsmodelle in die Welt der makroökonomischen Paradigmen einzuordnen sind.
  - * Die Effektivität des Marktmechanismus als **Trennungslinie** zwischen der makroökonomischen dynamischen Gleichgewichtstheorie als neoklassischem Paradigma und der neuen keynesianischen Ökonomik.
  - * Keynesianische dynamische makroökonomische Gleichgewichtsmodelle als **Verbindung** zwischen der neoklassischen Variante und dem neuen keynesianischen Forschungsprogramm zu Marktunvollkommenheiten und Marktversagen.

Angestrebte Ergebnisse

- Verständnis dafür, dass verschiedene Paradigmen nicht einfach "gemischt"werden können:
    - * Aus der Existenz von Marktunvollkommenheiten und Marktversagen folgen andere Fragestellungen, zu deren Beantwortung andere Modelltypen als das dynamische Gleichgewichtsmodell erforderlich sind.
    - * Verdeutlichung am Beispiel der 'neukeynesianischen IS-Kurve'.

Überblick

1. Dynamische allgemeine Gleichgewichtstheorie bei perfekter Information (**DGE**)
    * Klärung des Forschungszieles
    * Erläuterung der Vorgehensweise
2. Dynamische Gleichgewichtsmodelle und Informationsdefizite (**DSGE/RBC**)
    * Fokus auf stochastischer Unsicherheit
3. **Keynesiansiche** DSGE-Modelle und kritische Würdigung

- Die Allgemeine Gleichgewichtstheorie als Grundlage
- Ein einfaches Modellbeispiel
- Zusammenfassung und Schlussfolgerungen
  - * Intertemporale Tauschverhältnisse als Motor der (Allokations-)Dynamik
  - * Die Euler Gleichung als Herzstück

- Ausgangspunkt ist die statische Allgemeine Gleichgewichtstheorie (AGT)
- Beitrag zu einer maximalen gesellschaftlichen Wohlfahrt durch
  - * eine optimale Allokation knapper Ressourcen und
  - * der Vermeidung von 'idle resources'.
- Nachweis der Effektivität des Preismechanismus' in einer dezentralen Ökonomie.

- Den realen Hintergrund bildet die Sorge um eine ausreichende Versorgung der Bevölkerung mit Konsumgütern.
    - * Fokus liegt auf Konsum.
- Eine Unterauslastung von Produktionsfaktoren wird als vernachlässigenswert erachtet.
- Die Versorgung mit Konsumgütern hängt vor diesem Hintergrund entscheidend von einer effizienten Nutzung der verfügbaren Produktionsfaktoren ab.

In einer **dezentralisierten** Ökonomie kann ein gesamtwirtschaftliches Wohlfahrtsmaximum erreicht werden, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. **Jeder Akteur maximiert seine Zielfunktion.**
    * Das gewährleistet, dass die Akteure keine Ressourcen brach liegen lassen wollen.
2. **Jeder Akteur beachtet die Restriktion, dass Ressourcen knapp sind.**
    * Das gewährleistet, dass die Produktions- und Konsumpläne realisierbar sind.
3. Jeder Akteur ist frei von Geldillusion und orientiert sich somit ausschließlich an Tauschverhältnissen.

4. Die Koordination der individuellen Pläne erfolgt auf **vollkommenen Märkten**.
    * Abwesenheit von Preissetzungsmacht
    * Keine Kosten der Preisanpassung
5. Abwesenheit von externen Effekten.

- Das Wohlfahrtsmaximum wird durch ein System von relativen Preisen hergestellt, die ein Spiegel der optimalenTauschverhältnisse zwischen Gütern, zwischen Ressourcen und zwischen Gütern und Ressourcen sind.
- Marktungleichgewichte werden durch Preisanpassungen beseitigt, **bevor** Tauschpläne realisiert werden.
    - Abwesenheit von Käufen bzw. Verkäufen zu ungleichgewichtigen Preisen.
- Geld spielt nur als allgemeines Tauschmittel eine Rolle, lässt aber die relativen Preise unbeeinflusst.

- Die Grenzrate der Substitution verfügbarer Ressourcen ist in allen Branchen gleich.
- Mit gegebenem Ressourcenbestand wird eine maximal mögliche Güterproduktion erreicht.
  - Im Zwei-Güter-Fall wird die grafische Abbildung dieses Ergebnisses durch die Transformationskurve abgebildet.
- Die maximal mögliche Güterproduktion wird auch stets nachgefragt.

- Das makroökonomische Komplement zur AGT ist das bekannte statische neoklassische Lehrbuchmodell.
- Die Komplexität einer Vielzahl von Ressourcen (Produktionsfaktoren) wird auf Arbeit und Kapital reduziert.
- Die Vielzahl von Gütern wird zu einem homogenen Güterbündel zusammengefasst.
- Die Vielzahl von Akteuren wird zu einem repräsentativen Haushalt und einer repräsentativen Unternehmung zusammengefasst.
- Dieser Modellrahmen ist auch die Grundlage für die **D**ynamic-**G**eneral-**E**quilibrium-Welt.

- Es interessiert die Frage, wie knappe Ressourcen **über die Zeitachse** hinweg optimal genutzt werden.
  - Es geht um die **dynamischen** Bedingungen für eine optimale Ressourcenallokation.
- Von der Existenzproblematik eines statischen allgemeinen Gleichgewichts wendet sich die Aufmerksamkeit zur Stabilitätsproblematik eines dynamischen allgemeinen Gleichgewichts (steady state)
- Im Zentrum steht dabei das Konkurrenzverhältnis zwischen dem Verbrauch von Ressourcen durch Konsum in der **Gegenwart** und in der **Zukunft**.

- Durch heutigen Konsumverzicht tauscht man Konsum heute durch Konsum morgen.
- Bedeutsam ist hierbei, dass die zukünftigen Produktionsmöglichkeiten gegenüber den heutigen durch **Aufbau von Kapital** gesteigert werden können.
- Man erhält also für den heutigen Verzicht auf eine bestimmte Gütermenge morgen mehr an Gütern, als der heutige Konsumverzicht beträgt.

Dynamische makroökonomische Gleichgewichtstheorie bei perfekter Information

Der einfachste Fall einer zentralisierten Ökonomie als Leitlinie für eine optimale intertemporale Allokation (Wickens2011, Ch. 2)

- Ressourcenrestriktion

$$Y_t = C_t + I_t \tag{1}$$

mit Y als aggregierter Güterproduktion, C als Konsum und I als Bruttoinvestition.

- Kapitalakkumulation:

$$\Delta K_{t+1} = I_t - \delta K_t \tag{2}$$

mit K als Kapitalstock und δK_t als Abschreibung

- Produktionsfunktion:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= F\left(K_t, N_t\right) \\
\lim_{K \to \infty} F'\left(K_t\right) &= 0, \quad \lim_{K \to 0} F'\left(K_t\right) = \infty
\end{aligned}
\tag{3}
$$

mit N als Beschäftigung.

- Die neoklassische Produktionsfunktion zeichnet sich durch abnehmende partielle Grenzproduktivitäten aus.

Dynamische makroökonomische Gleichgewichtstheorie bei perfekter Information

Der einfachste Fall einer zentralisierten Ökonomie als Leitlinie für eine optimale intertemporale Allokation

- Vereinfachend haben wir (zunächst) die Entscheidung über die Höhe der Beschäftigung unberücksichtigt gelassen.
- In der AGT wird davon ausgegangen, dass Arbeit immer wieder regeneriert werden kann und sich über die Zeitachse hinweg nicht aufbraucht.
- Die Entwicklung der Beschäftigung über die Zeitachse hängt ab von Freizeitpräferenzen, der Höhe der Erwerbsbevölkerung und dem technischen Fortschritt.

- Dynamische Gleichgewichtsmodelle richten das Augenmerk auf die Produktion und Konsumtion **pro Kopf.**
    - Das Wohlfahrtsniveau in der Volkswirtschaft wird also dadurch gemessen, wie es dem "Durchschnittsbürger"geht.
- Wir definieren:

$$y_t = \frac{Y_t}{N_t}, c_t = \frac{C_t}{N_t}, k_t = \frac{K_t}{N_t} \tag{4}$$

- Unter der Annahme einer konstanten Bevölkerung, folgt für die Gleichungen (1),(2),(3):

$$y_t = c_t + i_t \tag{5}$$

$$i_t = \Delta k_{t+1} + \delta k_t \tag{6}$$

$$y_t = f(k_t) \tag{7}$$

- Durch Wahl des Konsums in t wird zugleich über den Zeitpfad des Kapitalstocks und damit auch über den Zeitpfad der Produktion entschieden.

Fragen:

1. Auf welcher Grundlage wird über den Konsum in jeder Periode entschieden?
2. Ist die getroffene Entscheidung nachhaltig in dem Sinne, dass sie ein dynamisches (Allokations-)Gleichgewicht erlaubt?
3. Was sind die Eigenschaften eines solchen Gleichgewichts?

- Ein dynamisches Gleichgewicht wird als Steady State definiert, in dem die Pro-Kopf-Größen der Produktion, des Kapitalstocks und des Konsums über die Zeitachse konstant sind.
- Was bedeutet das für den Pro-Kopf-Konsum?

1. Goldene Regel
2. Nutzenmaximierende Lösung

- Eine Möglichkeit wäre, den Konsum in der heutigen Periode t zu maximieren.
- Dies allerdings läuft darauf hinaus, den gesamten Kapitalstock zu verzehren.
- In der nächsten Periode wäre keine Güterproduktion mehr möglich.
- Die Maximierung des gegenwärtigen Konsums ist somit nicht nachhaltig.

Gebot der Nachhaltigkeit:

- In jeder Periode wird ein Pro-Kopf-Konsum realisiert, der
    - konstant ist und der
    - unter den Bedingungen eines unendlich langen Planungshorizontes der maximal mögliche ist.
- Das setzt voraus, dass der Kapitalstock pro Kopf in jeder Periode sein Niveau behält.

- Ein nachhaltiger Konsum in diesem Sinne erfordert die Maximierung der Funktion:

$$c = f(k) - \delta k \rightarrow \max_k \tag{8}$$

mit der FOC:

$$f'(k^*) = \delta \tag{9}$$

und der hinreichenden Bedingung:

$$\frac{d^2 c}{dk^2} = f''(k) < 0 \tag{10}$$

- Die Grenzproduktivität der Kapitalintensität entspricht im Optimum also der Abschreibungsrate.
- Damit ist der optimale Kapitalstock pro Kopf im Zeitablauf konstant und für den optimalen Pro-Kopf-Konsum folgt:

$$c^* = f(k^*) - \delta k^* \tag{11}$$

- Ist dieses Gleichgewicht auch stabil?
- Das Gleichgewicht ist nicht für beliebige Abweichungen des tatsächlichen vom optimalen Kapitalstock stabil,
    - sofern die Haushalte auch außerhalb des Gleichgewichts an ihrem Konsum festhalten

- Zum Beweis fassen wir die Gleichungen (5) und (6) und (7) zusammen und unterstellen, dass in jeder Periode das Konsumniveau dem durch Gleichung (11) bestimmten Gleichgewichtsniveau entspricht.

$$k_{t+1} = (1-\delta)\, k_t + f\,(k_t) - c^* \tag{12}$$

- Angenommen, der Pro-Kopf-Kapitalstock weiche von seinem Steady-State-Wert ab. Die einsetzende Dynamik im Pro-Kopf-Kapitalstock ist stabil, wenn gilt:

$$\left| \frac{\partial k_{t+1}}{\partial k_t} \right| < 1$$

- Für Gleichung (12) erfordert dies:

$$1 - \delta + f'\,(k_t) < 1 \Leftrightarrow f'\,(k_t) < \delta$$

- Der Kapitalstock konvergiert also nur dann gegen seinen Gleichgewichstwert, wenn er außerhalb des Gleichgwichts **über** dem Gleichgewichtswert liegt.
- Ereignet sich dagegen etwas, was den Kapitalstock unter seinen steady-state-Wert drückt, dann führt der konstante Konsum dazu, dass der Kapitalstock immer stärker schrumpft.
- Somit existiert zwar ein Gleichgewicht, aber es ist nicht global stabil.

- Angenommen, ein zentraler Planer maximiert die folgende streng konkave Zielfunktion:

$$V_t = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u\left(c_{t+s}\right) \tag{13}$$

$$\beta = \frac{1}{1+\rho} \tag{14}$$

mit $\beta > 0$ als Diskontierungsfaktor und $\rho > 0$ als Rate der Zeitpräferenz.

- Das Optimierungsproblem besteht darin, für diesen unendlich langen Planungshorizont einen optimalen Zeitpfad für den Pro-Kopf-Konsum herzuleiten, wobei die Ressourcenrestriktion (Gleichungen 5, 6 und 7) zu berücksichtigen ist.

- Bei perfekter Information bietet sich zur Lösung der Lagrange Ansatz an:

$$\mathfrak{L} = \sum_{s=0}^{\infty} \left\{ \beta^s u\left(c_{t+s}\right) + \lambda_{t+s} \left[f\left(k_{t+s}\right) - c_{t+s} - k_{t+s+1} + \left(1-\delta\right) k_{t+s} \right] \right\} \tag{15}$$

- Die notwendigen und bei unterstellter strenger Konkavität der Nutzenfunktion auch hinreichenden Bedingungen für ein Maximum:

$$\beta^s u'\left(c_{t+s}\right) - \lambda_{t+s} = 0 \tag{16}$$

$$-\lambda_{t+s} + \lambda_{t+s+1}\left(1 + f'\left(k_{t+s+1}\right) - \delta\right) = 0 \tag{17}$$

- Nehmen wir (16) und (17) zusammen, folgt die **Euler Gleichung**:

$$u'(c_{t+s}) = \beta u'(c_{t+s+1})\left(1 + f'(k_{t+s+1}) - \delta\right) \tag{18}$$

- Um die Interpretation zu erleichtern, unterstellen wir als Nutzenfunktion:

$$u(c) = \log c$$

- Für die Euler Gleichung erhalten wir dann:

$$\frac{c_{t+s+1}}{c_{t+s}} = \beta\left(1 + f'(k_{t+s+1}) - \delta\right) \tag{19}$$

- Der Ausdruck in der runden Klammer ist die Bruttoertragsrate auf den Kapitalstock.
- Die Euler Gleichung bildet die Bedingung ab für ein optimales Verhältnis zwischen heutigem und zukünftigem Konsum.
- Insbesondere zeigt die Euler Gleichung, ob im Zeitablauf ein konstanter Konsum gewünscht wird oder aber ein Konsum, der im Zeitablauf fällt oder steigt.
- Entscheidend hierfür ist, in welchem Verhältnis die Rate der Zeitpräferenz zur Ertragsrate auf Kapital steht.
- Stimmen beide überein, dann ist es optimal, in jeder Periode denselben Konsum zu realsieren.
- Übersteigt die Ertragsrate auf Kapital die Rate der Zeitpräferenz, dann lohnt sich ein zukünftiger Konsum, der über dem heutigen Niveau liegt.

- Setzen wir $\beta = 1 + f'(k_{t+s+1}) - \delta$, wird zudem deutlich, dass dies nur mit einem Kapitalstock vereinbar ist, der kleiner ausfällt als im Modell der golden rule, denn es gilt:

$$\begin{aligned} \beta\left(1 + f'(k_{t+s+1}) - \delta\right) &= 1 \Rightarrow \\ f'(k_{t+s+1}) - \delta &= \frac{1-\beta}{\beta} \end{aligned}$$

  und somit:

$$f'\left(k^{**}_{t+s+1}\right) - \delta > 0 \Leftrightarrow k^{**}_{t+s+1} < k^{*}_{t+s+1}$$

- Dieses Ergebnis folgt unmittelbar aus der Gegenwartspräferenz der Haushalte.

- Während in der statischen AGT die Transformationskurve die optimale **statische** Allokation der Produktionsfaktoren widerspiegelt, steht in der dynamischen Gleichgewichtstheorie die **intertemporale Allokationseffizienz** im Zentrum.
- Zentrale Bedeutung hat hierfür die optimale Kapitalakkumulation.
- Da die Kapitalakkumulation wiederum durch das optimale Verhältnis zwischen zukünftigem und heutigem Konsum bestimmt wird, ist die **Euler-Gleichung ein Spiegel für die optimale intertemporale Allokationseffizienz**.

Zentrale Eigenschaft der Euler Gleichung:

* Sie versöhnt die **intertemporale Transformationskurve**, und damit das, was an Kapitalakkumulation und damit Verhältnis zwischen Konsum morgen und heute **möglich** ist, mit dem, was für die Haushalte **gewünscht** wird.

- Grundlage der intertemporalen Transformationskurve sind zwei zeitlich jeweils aufeinander folgende Ressourcenrestriktionen:

$$f\left(k_{t+s}\right) = c_{t+s} + k_{t+s+1} - (1-\delta)\, k_{t+s} \tag{20}$$
$$f\left(k_{t+s+1}\right) = c_{t+s+1} + k_{t+s+2} - (1-\delta)\, k_{t+s+1} \tag{21}$$

- Ersetzen wir in Gleichung (21) k_{t+s+1} durch (20) und lösen nach c_{t+s+1} auf, folgt:

$$\begin{aligned} c_{t+s+1} = {} & f\left(f\left(k_{t+s}\right) - c_{t+s} + (1-\delta)\, k_{t+s}\right) + \\ & (1-\delta)\begin{pmatrix} f\left(k_{t+s}\right) - c_{t+s} \\ +(1-\delta)\, k_{t+s} \end{pmatrix} - k_{t+s+2} \end{aligned} \tag{22}$$

- Gleichung (22) ist die intertemporale Transformationskurve mit der Steigung:

$$\frac{dc_{t+s+1}}{dc_{t+s}} = -\left(1 + f'\left(k_{t+s+1}\right) - \delta\right) \tag{23}$$

- Die Euler Gleichung bildet somit den Tangentialpunkt zwischen einer intertemporalen Indifferenzkurve und der intertemporalen Transformationskurve ab.
- Auch diese Lösung für den optimalen Pro-Kopf-Konsum und und den optimalen Pro-Kopf-Kapitalstock ist im Übrigen nicht stabil, sondern führt zu einer Sattelpunktlösung.

- Das Modell resultiert in einem System von Differenzengleichungen 1. Ordnung im Pro-Kopf-Konsum und Pro-Kopf-Kapitalstock.
- Grundlage sind die Euler-Gleichung und die Gleichung für die Kapitalakkumulation.
- In unserem Modell:

$$\frac{c_{t+s+1}}{c_{t+s}} = \beta \left(1 + f' \left(k_{t+s+1}\right) - \delta\right)$$

$$k_{t+1} = \left(1 - \delta\right) k_t + f\left(k_t\right) - c_t$$

Einschub Phasenkurve

- Der entscheidende Unterschied liegt in der getrennten Planung von Haushalten und Unternehmen.
- Die Unternehmen entscheiden über den optimalen Kapitalstock.
- Der optimale Kapitalstock wird durch ein Wertpapier finanziert.
- Die Haushalte legen ihre gesamte Ersparnis in diesem Wertpapier an.
- Wie bei zentralisierter Planung spielt für das nun einzwirtschaftliche Optimum das Verhältnis zwischen Grenznutzen des heutigen und Grenznutzen des morgigen Konsums eine entscheidende Rolle.

- Die einzelwirtschaftlichen Pläne werden nun durch Märkte koordiniert.
- Aus der AGT wird die Einsicht übernommen, dass bei vollkommener Konkurrenz auf den Güter- und Faktormärkten relative Preise als Abbild von Tauschverhältnissen, diese Koordination herbeiführen.
    - Damit werden die Geschehnisse auf den Güter- und Faktormärkten in jeder Periode nicht mehr thematisiert.
- Im dynamischen Gleichgewichtsmodell steht vielmehr das **intertemporale** Tauschverhältnis im Zentrum.

- Existiert ein **Finanzmarkt mit vollkommener Konkurrenz**, dann sorgt der Realzins dafür, dass alle Haushalte dieselbe intertemporale Grenzrate der Substitution wählen und dass diese auch mit der Ertragsrate des Kapitals übereinstimmt.
- Der Realzins bringt die Pläne der Haushalte und Unternehmen zur Deckung.
- Der Realzins sorgt für eine optimale intertemporale Allokation knapper Ressourcen.
- Bei perfekter Information gibt es keinen Unterschied zur zentralisierten Ökonomie.

- Angenommen wird **stochastische** Unsicherheit:
  * Die Akteure kennen alle **möglichen** zukünftigen Ereignisse.
  * Die Akteure kennen die Wahrscheinlichkeit, mit der jedes mögliche Ereignis eintritt.
- Alle Akteure besitzen denselben Informationsstand (insbesondere keine Informationsasymmetrie).
- Diese Annahmen sind die Grundlage für die Bildung rationaler Erwartungen.
  * Erwartungsirrtümer sind auf stochastische (i.i.d.) Schocks begrenzt.

- Trotz Unsicherheit wird weiter von der Existenz einer für alle sicheren Vermögensanlage ausgegangen.
- Eine hinreichende Bedingung ist die Existenz von Wertpapieren mit folgenden Eigenschaften (Arrow-Securities (AS)):
    - Ein AS wirft in einem bestimmten State of the World einen Ertrag von 1 Euro ab und in allen anderen States nichts.
    - Existieren genauso viele AS mit voneinander unabhängigen Erträgen wie States of the World, kann man sich durch Kauf aller AS eine sichere Anlage basteln.

Beispiel

- Angenommen, es gäbe nur drei mögliche States of the World und drei AS mit unterschiedlichem Ertragsvektor:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Durch Kauf aller drei AS kann man sich eine sichere Anlage zusammenstellen.

- In diesem Fall ist der Finanzmarkt vollständig.
  - Für einen vollständigen Finanzmarkt ist die Existenz von AS nicht notwendig.
  - Auch gewöhnliche Wertpapiere können dazu führen, falls die Anzahl dieser Wertpapiere mit voneinander unabhängigen Erträgen der Anzahl möglicher States of the World entspricht.

Makroökonomische Implikationen vollständiger Finanzmärkte

1. Ein vollständiger Finanzmarkt schließt aus, dass Kredit für die Makroökonomie eine eigenständige Rolle spielt:
   * Keine Kreditrestriktionen
   * Keine Finanzkrisen
2. Aufgrund der Fähigkeit, (idiosynkratische) Risiken vollständig zu beseitigen, reduziert sich das Finanzsystem auf einen Finanzmarkt, auf dem der Realzins gebildet wird.
3. Damit bleibt der Realzins die entscheidende Variable für den Zeitpfad der Allokation knapper Ressourcen.

Stochastische Schocks und makroökonomische Dynamik: DSGE oder RBC

- DGE-Modelle können keine Konjunkturzyklen abbilden.
- Weiterentwicklungen führten zu Real Business Cycle Modellen.

Stochastische Schocks und makroökonomische Dynamik: DSGE oder RBC

- **R**eal-**B**usiness-**C**ycle-Modelle sind die neoklassischen Repräsentanten der Dynamic Stochastic General Equilibrium Modelle.
- Im Zentrum steht der **Anpassungspfad** an den Steady State.
    * Stabilität?
    * Zyklen?
- Hierbei erhält nun auch das Arbeitsangebot als Ergebnis einer optimalen Haushaltsentscheidung Beachtung.
    * Optimale **intertemporale** Allokation von Arbeitsangebot und Freizeit.

Stochastische Schocks und makroökonomische Dynamik: RBC-Modelle

- Merkmale:
  1. Unsicherheit lässt die Funktionsfähigkeit von Märkten unberührt.
  2. Rationale Erwartungsbildung.
  3. Unsicherheit führt auch nicht zu einer modifizierten Betrachtung der Rolle des Geldes.
- Als Grundlage für eine zyklische Entwicklung dienen stochastische Angebotsschocks.

- Die Produktionstechnologie:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= K_t^{\alpha} (A_t L_t)^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0,1) && (24)\\
\ln A_t &= \overline{A} + gt + \widetilde{A}_t && (25)\\
\widetilde{A}_t &= \rho_A \widetilde{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t} \qquad \varepsilon_{A,t} \sim (0, \sigma^2) && (26)\\
-1 &< \rho_A < 1
\end{aligned}
$$

- Der technische Fortschritt (A_t) besteht nun sowohl aus einem deterministischen als auch aus einem stochastischen Trend.
- Unterschieden wird im Folgenden zwischen der Bevölkerung N_t und der Beschäftigung L_t.

- Der repräsentative Haushalt maximiert die Zielfunktion

$$E\left[U\right] = E_t \sum_{s=0}^{\infty} e^{-\rho s}\left[\ln c_{t+s} + b \ln f_{t+s}\right] \tag{27}$$

  Hierbei steht $e^{-\rho s}$ für den Diskontierungsfaktor, c für den Konsum pro Konsument, f für die Freizeit pro Konsument.
- Einzuhalten ist dabei die Zeitrestriktion:

$$1 = l_t + f_t \tag{28}$$

  wobei die verfügbare Zeit auf 1 normiert wurde und l die Erwerbszeit des Konsumenten symbolisiert.

- Einzuhalten ist ferner die Budgetrestriktion in jeder Periode:

$$l_{t+s}w_{t+s} + r_{t+s}k_{t+s} = c_{t+s} + k_{t+s+1} - k_{t+s} \tag{29}$$

  mit w als Reallohn, r als Realzins.

- Die optimale Beziehung zwischen Arbeit und Freizeit (Arbeitsangebot):

$$\frac{c_{t+s}}{1 - l_{t+s}} = \frac{w_{t+s}}{b} \tag{30}$$

- Entscheidend für das optimale Verhältnis zwischen Freizeit (Arbeitsangebot) und Konsum ist der Reallohn.
    * Je höher der Reallohn ist, um so höher ist der optimale Konsum im Vergleich zur Freizeit.
    * Wenig Freizeit bedeutet entsprechend viel Arbeitsangebot.
    * Ein hoher Reallohn und damit hoher Konsum relativ zu Freizeit bedeuten somit auch ein hohes Arbeitsangebot.

- Die **stochastische** Euler Gleichung:

$$\frac{1}{c_t} = e^{-\rho} E_t \left[\frac{(1 + r_{t+1})}{c_{t+1}} \right] \tag{31}$$

- Man beachte:

$$E_t \left[\frac{(1 + r_{t+1})}{c_{t+1}} \right] = Cov \left[\frac{1}{c_{t+1}}, (1 + r_{t+1}) \right] + E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} \right] E_t \left[(1 + r_{t+1}) \right] \tag{32}$$

- Angenommen, zukünftiger Konsum und Realzins sind positiv korreliert, dann wird der Konsument einen geringeren Anreiz haben zu sparen, als für den Fall, indem Realzins und Zukunftskonsum nicht korreliert sind.

- Die **intertemporal** optimale Allokation der Arbeitsangebot (Freizeit):

$$E_t \left[\frac{(1 - l_t)}{(1 - l_{t+1})} \left(\frac{w_t}{w_{t+1}} \right) (1 + r_{t+1}) \right] = 1 \tag{33}$$

- Entscheidend ist das Verhältnis zwischen Reallohn heute und morgen, ferner der Realzins:
  * Steigt der heutige im Vergleich zum morgigen Lohn, wird der Akteur seine Erwerbszeit heute ausdehnen und morgen senken.
  * Steigt der Realzins, dann lohnt es sich, mehr zu sparen, der Akteur dehnt sein Arbeitsangebot zu Lasten der Zukunft aus.

- Romer unterstellt, der Kapitalstock werde in jeder Periode vollständig abgeschrieben.
- Um später das Gesamtmodell analysieren zu können, wählt Romer folgende alternative Darstellung der Optimalbedingungen:
- Ausgehend von der Definition:

$$l_{t+s}w_{t+s} + r_{t+s}k_{t+s} = y_t = \frac{Y_t}{N_t} \tag{34}$$

und der allgemeinen Einkommensverwendungsgleichung:

$$y_t = c_t + \frac{K_{t+1}}{N_t} \tag{35}$$

definiert er:

$$\frac{K_{t+1}}{N_t} = s_t y_t \tag{36}$$

s_t symbolisiert dabei die Sparquote.

- Die stochastische Euler Gleichung:

$$\frac{1}{(1-s_t)\,y_t} = e^{-\rho} E_t \left[\frac{1}{(1-s_{t+1})\,y_{t+1}} (1+r_{t+1}) \right] \tag{37}$$

- In logarithmierter Schreibweise:

$$-\ln(1-s_t) - \ln y_t = -\rho + \ln E_t \left[\frac{1+r_{t+1}}{(1-s_{t+1})\,y_{t+1}} \right] \tag{38}$$

- Der Brutto-Realzins entspricht der Grenzproduktivität des Kapitals:

$$1 + r_{t+1} = \alpha \left(\frac{K_{t+1}}{A_{t+1} L_{t+1}} \right)^{\alpha - 1} = \alpha \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} \tag{39}$$

- Gleichung (39) und Gleichung (36) in (38), führt zu:

$$
\begin{aligned}
-\ln(1-s_t) - \ln y_t &= -\rho + \ln E_t\left[\frac{\alpha(1+n)}{s_t(1-s_{t+1})\,y_t}\right] \\
&= -\rho + \ln\alpha + n - \ln s_t - \ln y_t + E_t\left[\frac{1}{1-s_{t+1}}\right] \\
1+n &= \frac{N_{t+1}}{N_t}
\end{aligned}
$$

mit n als Wachstumsrate der Bevölkerung.

- Schließlich erhalten wir für die logarithmierte stochastische Euler Gleichung:

$$\ln s_t - \ln(1 - s_t) = -\rho + \ln\alpha + n + E_t\left[\frac{1}{1 - s_{t+1}}\right] \tag{40}$$

- Stochastische Schocks spielen unter der Annahme $\delta = 1$ für die intertemporale Allokation des Konsums keine Rolle.
  - Es gibt eine konstante Sparquote $\bar{s}$, die Gleichung (40) erfüllt.
  - In diesem Fall ist s_{t+1} ebenfalls gleich $\bar{s}$, und wir können ihren Wert durch Gleichung (40) ermitteln:

$$\ln\bar{s} = \ln\alpha + n - \rho \Rightarrow \bar{s} = \alpha e^{n-\rho} \tag{41}$$

- Alternative Formulierung des optimalen Verhältnisses zwischen Konsum und Arbeitsangebot:
- Aus $\frac{c_{t+s}}{1-l_{t+s}} = \frac{w_{t+s}}{b}$ folgt unter Berücksichtigung der Sparquote $\bar{s}$ in logarithmierter Schreibweise:

$$\ln\left[\left(1-\bar{s}\right)y_t\right] - \ln\left(1-l_t\right) = \ln w_t - \ln b \tag{42}$$

- Der Faktor Arbeit wird nach seiner Grenzproduktivität entlohnt:

$$w_t = \left(1-\alpha\right)\frac{Y_t}{L_t} \tag{43}$$

- Hierbei gilt:

$$L_t = l_t N_t \tag{44}$$

- Setzen wir (43) in (42) ein, erhalten wir:

$$\begin{aligned}
\ln\left[(1-\bar{s})\right] + \ln y_t - \ln(1-l_t) &= \ln(1-a) + \ln y_t - \ln l_t - \ln b \Leftrightarrow \\
\ln\left[\frac{l_t}{1-l_t}\right] &= \ln\left[\frac{1-\alpha}{b(1-\bar{s})}\right] \Leftrightarrow \\
\frac{l_t}{1-l_t} &= \frac{1-\alpha}{b(1-\bar{s})} \Leftrightarrow \\
l_t &= \frac{1-\alpha}{(1-\alpha)+b(1-\bar{s})} \qquad (45)
\end{aligned}$$

- Auch beim Arbeitsangebot und seiner intertemporalen Allokation spielen stochastische Schocks keine Rolle.

- Stochastische Schocks beeinflussen vielmehr die makroökonomische Outputentwicklung über den technischen Fortschritt.
- Die Produktionsfunktion in logarithmierter Form unter Berücksichtigung von $K_t = \bar{s} Y_{t-1}$ und $L_t = l_t N_t$:

$$\begin{aligned} \ln Y_t &= \alpha \ln \bar{s} + \alpha \ln Y_{t-1} + (1-\alpha)\left(\bar{A} + gt\right) + (1-\alpha)\tilde{A}_t + \\ &\quad (1-\alpha)\left(\ln l_t + N_0 + nt\right) \end{aligned} \tag{46}$$

- Aufgrund der stochastischen Komponente und der Erkenntnis, dass davon weder die Sparquote noch das mikroökonomische Arbeitsangebot tangiert werden, reduziert sich der Zeitpfad des Outputs auf ein System von stochastischen Differenzengleichungen jeweils 1. Ordnung in $\widetilde{Y}_t$ und $\widetilde{A}_t$:

$$\begin{aligned}\widetilde{Y}_t &= \alpha \widetilde{Y}_{t-1} + (1-\alpha)\widetilde{A}_t \\ \widetilde{A}_t &= \rho_A \widetilde{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}\end{aligned}$$

  $\widetilde{Y}_t$ bezeichnet dabei die Differenz zwischen ln Y_t und dem Wert, den Y annimmt, wenn der technische Fortschritt nur einen deterministischen Trend besitzt.

- Dieses System lässt sich auf eine einzige Differenzengleichung 2. Ordnung reduzieren:

$$\widetilde{Y}_t = (\alpha + \rho_A)\widetilde{Y}_{t-1} - \alpha\rho_A \widetilde{Y}_{t-2} + (1-\alpha)\varepsilon_{A,t}$$

- Ist α klein, spielten die Technologieschocks eine entscheidende Rolle für den Zeitpfad des Outputs.
- Solange allerdings $\rho_A < 1$ ist, kann der Technologieschock nicht dauerhaft die Entwicklung des Zeitpfades des Outputs bestimmen.
- Deshalb wurde das Baseline Modell durch eine Reihe weiterer Schocks, z.B. Staatsausgabenschocks, ferner durch eine Abschreibungsrate kleiner als 1 erweitert.

Die Rolle des Geldes in dynamischen Gleichgewichtsmodellen

- Im Standard-RBC-Modell ebenso wie in der gesamten dynamischen Gleichgewichtswelt wird Geld nur eine Tauschmittelfunktion zugeordnet.
    - Lediglich im Durchschnitt einer Periode wird Kasse gehalten.
- In seiner Tauschmitteleigenschaft beeinflusst Geld annahmegemäß nicht die realwirtschaftlichen Tauschverhältnisse.
    - Dies wäre aber Voraussetzung für realwirtschaftliche Wirkungen von Geldmengenveränderungen in dieser Modellwelt.

Die Rolle des Geldes in dynamischen Gleichgewichtsmodellen

- Es gilt somit die Quantitätstheorie
- Abweichungen davon haben mit Erwartungsirrtümern zu tun.
  - Bei rationalen Erwartungen setzen diese aber voraus, dass Geldmengenänderungen nicht prognostiziert werden können (monetäre Schocks).
  - Theoretische Grundlage ist die Neue Klassik.

Wirtschaftspolitische Implikationen des RBC Modells

- Konjunkturschwankungen sind das aggregierte Ergebnis optimaler Antworten auf Angebotsschocks.
- Damit besteht keine Notwendigkeit für konjunkturpolitische Maßnahmen.
- Konjunktur wird als Gleichgewichtsphänomen interpretiert.

Die neukeynesianische Antwort

Koordinationsproblematik

- Zentral ist die Absage an die Existenz eines Auktionators, der stets für eine Preisräumung aller Märkte sorgt.
- Damit rückt die Koordinationsproblematik in den Mittelpunkt.
- Koordinationsversagen ist möglich trotz ökonomisch rationalen Verhaltens.
- Bedeutsam sind Restriktionen aufgrund von
  - asymmetrisch zwischen Vertragspartnern verteilten Informationen,
  - Anpassungskosten,
  - Unsicherheit.

- Ökonomisch rationales Verhalten begründet in diesem Umfeld
  1. reale und nominelle Rigiditäten,
  2. Diskrepanzen zwischen einzel- und gesamtwirtschaftlichem Optimum
     * Existenz von positiven Externalitäten
- Gemeinsame Grundlage ist die Annahme, dass sämtliche Märkte von der vollkommenen Konkurrenz abweichen.
  - Fokus liegt auf monopolistischer Konkurrenz.

- Im allgemeinen Gleichgewichtsmodell sorgen relative Preis stets für ein Gleichgewicht.
- Dies setzt voraus, dass die relativen Preise unverzüglich auf Ungleichgewichte reagieren.
- In Abwesenheit eines Auktionators müssen relative Preise durch die Akteure selbst gesetzt werden.
- Angenommen wird, dass dies in Übereinstimmung mit Gewinnmaximierung geschieht.
- In Anbetracht von bestimmten Restriktionen kann es aber zum Konflikt zwischen einem markträumenden relativen Preis und einem gewinnmaximalen Preis kommen.

Die neukeynesianische Antwort

Reale Rigiditäten: Beispiel Effizienzlohn

- Eine Unternehmung setze sowohl den Güterpreis als auch den Nominallohn.
- Die Produktivität der Arbeitnehmer hängt auch von einem Effizienzparameter ab, der die Arbeitsmotivation abbildet.
- Diese Größe kann der Unternehmer nicht beobachten.
- Er weiß aber, dass Arbeitsmotivation und Reallohn positiv korreliert sind.
- Er wählt einen Reallohn, der zu einer hohen Arbeitsmotivation führt.
- Damit verliert der Reallohn seine Fähigkeit, Marktgleichgewicht zu garantieren.

Die neukeynesianische Antwort

Reale Rigiditäten: Beispiel Kreditzins

- Asymmetrische Information zwischen Kreditgeber und -nehmer begründen die Gefahr von adverser Selektion und moralischem Wagnis.
- Es besteht eine stabile positive Korrelation zwischen der Höhe des Realzinses und diesen Gefahren.
- Der Kreditgeber wählt einen Zins, der diese Gefahr minimiert.
- Der Zins verliert seine Funktion, Marktgleichgewicht herzustellen.

Die neukeynesianische Antwort

Implikationen von realen Rigiditäten

- Mit realen Rigiditäten werden Rationierungen auf den jeweiligen Märkten verbunden.
    * Unfreiwillige Arbeitslosigkeit
    * Kreditrationierung
- Geld- und Fiskalpolitik sind als Abhilfe eher nicht geeignet.

Die neukeynesianische Antwort

Nominelle Rigiditäten

- Die Angebotsseite setzt die Preise.
- Nominelle Rigiditäten können begründet sein durch
  - Kosten der Vertrags- bzw. Preisanpassung (Menu Costs als Beispiel)
  - Preisänderung als Zufallsprozess (Calvo Pricing)
  - Fehlende Koordination zwischen Preissetzern.
- Nominelle Rigiditäten führen dazu, dass sich bei Nachfrageschocks relative Preise (Realzins, Reallohn) ändern und somit Mengen reagieren.
- Nominelle Rigiditäten setzen die realwirtschaftliche Neutralität der Geldpolitik außer Kraft.

- In den 1980er bis zu den frühen 1990er Jahren lag der Fokus neukeynesianischer Forschung vor allem auf der Begründung von Preisrigiditäten.
- Ziel war es zu zeigen, dass selbst auf polypolistischen Märkten Löhne, Preise und Zinsen 'sticky' sein können und dies mit einzelwirtschaftlichem Optimalverhalten in einer mit Koordinationsproblemen belasteten Welt vereinbar ist.
- (Dynamische) umfassende Makromodelle standen im Vergleich zu Partialmodellen eher im Hintergrund
- Dies änderte sich in den 1990er Jahren, als zunehmend die Defizite der realen Konjunkturtheorie deutlich wurden (Yun 1996, Goodfriend and King 1997, Rotemberg and Woodford 1995, 1997, McCallum und Nelson 1999).
    - * Konjunktur als optimale Reaktion der Privatwirtschaft
    - * Persistenzproblem

Implikationen für ein neukeynesianisches Makromodell

- Aus neukeynesianischer Sicht lag es nahe, diese Defizite durch die **Ignoranz von Koordinationsproblemen** zwischen den Akteuren zu erklären.
- So lag der Schluss nahe, dies zu beweisen, indem in das RBC-Modell diverse 'Friktionen' eingebaut wurden, die für die Akteure zusätzliche Restriktionen bedeuten.
- Die Vielfalt existierender DSGE Modelle kann mit der Vielfalt von eingebauten Friktionen erklärt werden.

Implikationen für ein neukeynesianisches Makromodell

Anstelle eines Überblicks über diese Vielfalt zu geben, möchte ich einen m.E. grundlegenden Irrtum vorstellen und mit Ihnen diskutieren:

- Durch den Einbau von Friktionen in die allgemeine dynamische Gleichgewichtstheorie ändert sich nicht der Erklärungsgehalt des DSGE-Modells:
  - Nach wie vor erklären DSGE Modelle **optimale intertemporale Beziehungen** (Konsum heute im Vergleich zu Konsum morgen, Beschäftigung heute im Vergleich zu morgen).
  - Genau das wird von Neukeynesianern mit der Interpretation der Euler Gleichung als IS-Kurve bestritten.
  - Das ist m.E. ein Irrtum.

1. Eine 'forward-looking' IS-Kurve
2. die neukeynesiansiche Phillipskurve
    * basiert aufgrund von 'sticky prices'
3. Ersatz der LM-Kurve durch die Taylor-Regel

Das neukeynesianische DSGE-Grundmodell

Annahmen

1. Konzeption des repräsentativen **rationalen** Agenten
2. Monopolistische Konkurrenz auf dem Markt für Güter und vollkommene Konkurrenz auf dem Arbeitsmarkt
3. Calvo Pricing
4. Vollständige Finanzmärkte
5. Unsicherheit bei rationalen Erwartungen

- Da dies für unsere Argumentation nicht bedeutsam ist, verzichten wir auf die Ableitung einer Investitionsfunktion.
- Im Unterschied zu Walsh (2003) berücksichtigen wir Staatsausgaben und deren Finanzierung.
- Damit können wir auch bei fehlenden Investitionen das Problem berücksichtigen, dass
  - * Haushalte sparen und damit Nachfrage ausfällt,
  - * Sparen aber nicht zwingend bedeutet, dass damit Nachfrage finanziert wird, die die Differenz zwischen Produktion und Konsum ausfüllt.

Mikrofundierung des Verhaltens der Haushalte

Annahmen

1. Konzeption des repräsentativen Haushaltes
2. Unendlich langer Lebenshorizont
3. Rationale Erwartungen
4. Nutzen stifen Güter, Freizeit und Geld

   * Kassenhaltung wird als Wertaufbewahrung gewünscht.

- Ein repräsentativer Haushalt maximiert die folgende Nutzenfunktion:
- $$E_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left[u\left(C_{t+s}\right) - \gamma\left(N_{t+s}\right) + v\left(\frac{M_{t+s}^n}{P_{t+s}}\right)\right]\right\} \Rightarrow \max \qquad (47)$$

  M^n steht für Kassenhaltung in laufenden Preisen, M ist dann die reale Kassenhaltung, und C_t repräsentiert einen Warenkorb bestehend aus unterschiedlichen Gütern, deren Anzahl auf 1 normiert wird.
- Die Präferenzen bezüglich der jeweiligen Güter wird durch eine CES-Funktion repräsentiert:

$$C_t = \left[\int_0^1 C_{jt}^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \qquad (48)$$

- $u\left(\cdot\right), -\gamma\left(\cdot\right)$ und $\nu\left(\cdot\right)$ sind streng konkav mit konstanter intertemporaler intertemporaler Substititutionselastizität (konstanter relativer Risikoaversion).

- Der Haushalt maximiert den Erwartungsnutzen unter Beachtung einer Sequenz von Perioden-Budgetrestriktionen, $s \in [0, \infty)$

$$\int_0^1 C_{jt+s} P_{jt+s} dj + M^n_{t+s} + B^n_{t+s} = N_{t+s} W^n_{t+s} + \Omega^n_{t+s} - T^n_{t+s} + B^n_{t+s-1}\left(1 + i_{t+s-1}\right) + M^n_{t+s-1} \qquad (49)$$

und der Solvenzrestriktion

$$\lim_{T\to\infty} \left(\frac{B^n_T}{\Pi^T_{t=1}\left(1 + i_t\right)} \right) \geq 0 \qquad (50)$$

- Er betrachtet Preise und Lohn als Datum.
- β ist der Diskontierungsfaktor, W^n der Nominallohn, Ω^n_{t+i} Gewinneinkommen in laufenden Preisen, B^n Wertpapiervermögen in laufenden Preisen, i ist der Nominalzins, T^n eine Kopfsteuer in laufenden Preisen gemessen.

Die Lösung des Optimierungsproblems erfolgt in zwei Schritten:

1. Bestimmung des optimalen Warenkorbes,
2. Bestimmung der übrigen Entscheidungsvariablen.

- Der Haushalt konsumiert ein Kontinuum an Gütern, die unvollkommen substitutiv sind.
- Damit entscheidet er auch über die optimale Zusammensetzung seines Gesamtkonsums.
- Maßgeblich ist die Präferenzfunktion (48):

$$C_t = \left[\int_0^1 C_{jt}^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

mit θ als konstanter Preiselastizität, wobei annahmegemäß gilt: $\theta > 1$.

- Das Optimierungsproblem:

$$\min \int_0^1 C_{jt} P_{jt} dj$$

unter der Nebenbedingung

$$C_t = \left[\int_0^1 C_{jt}^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}, \theta > 1$$

- Mit Hilfe des Lagrange Verfahrens erhalten wir die individuellen Nachfragefunktionen

$$C_{jt} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\theta} C_t \tag{51}$$

- und das Preisniveau (Walsh 2003, p. 233).

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{jt}^{1-\theta} dj\right]^{\frac{1}{1-\theta}} \tag{52}$$

- In einem 2. Schritt maximieren wir (47) unter Beachtung einer (unendlichen) Folge von Budgetrestriktionen

$$\begin{aligned} C_{t+s}P_{t+s} + M^n_{t+s} + B^n_{t+s} &= N_{t+s}W_{t+s} + \Omega^n_{t+s} - T^n_{t+s} + \\ & \quad B^n_{t+s-1}\left(1 + i_{t+s-1}\right) + M^n_{t+s-1} \end{aligned} \tag{53}$$

wobei aufgrund von (51) und (52) gilt:

$$\int_0^1 C_{jt}P_{jt}dj = C_tP_t \tag{54}$$

- Die First-Order-Bedingungen liefern optimale Beziehungen zwischen dem heutigen und dem zukünftigen Konsum, zwischen Konsum und Kassenhaltung und zwischen Konsum und Arbeitsangebot.

- Die optimale Beziehung zwischen Konsum heute und morgen wird durch die Euler Gleichung abgebildet:

$$u'(C_t) = \beta E_t \left[u'(C_{t+1}) \frac{P_t}{P_{t+1}} (1 + i_t) \right] \tag{55}$$

- oder gleichbedeutend:

$$1 = E_t \left[\left(\beta \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)} \right) \frac{P_t}{P_{t+1}} (1 + i_t) \right]$$

- wobei

$$\mathcal{M} = E_t \left[\left(\beta \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)} \right) \right] \tag{56}$$

als stochastischer Diskontierungsfaktor bezeichnet wird.

$$u'\left(C_t\right) = \beta E_t \left[u'\left(C_{t+1}\right) \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] + v'\left(\frac{M_t^n}{P_t} \right) \tag{57}$$

- Jede Einkommenseinheit, die für die Aufstockung von Kasse benutzt wird, schränkt den heutigen Konsum ein, ermöglicht aber Mehrkonsum in der Zukunft.
- Angesichts der Möglichkeit, auch in Form eines risikofreien aber zinstragenden Wertpapieres zu sparen, reicht dies nicht aus, um eine Wertaufbewahrungsfunktion des Geldes zu begründen.
- Hinzu kommt ein unmittelbarer Geldnutzen.

- Unter Berücksichtigung der Euler Gleichung können wir (57) auf eine Beziehung zwischen optimaler Kasse und Gegenwartskonsum reduzieren:

$$v'\left(\frac{M_t^n}{P_t}\right) = u'\left(C_t\right)\left(\frac{i_t}{1+i_i}\right) \tag{58}$$

- Die optimale Beziehung zwischen (realer) Kassenhaltung und Gegenwartskonsum ist allein eine Funktion des Nominalzinses.

- Ein marginaler Anstieg im Arbeitsangebot führt zu einem Nutzenrückgang in Höhe von $-\gamma'(N_t)$, erhöht aber gleichzeitig die Konsummöglichkeiten und erzeugt somit einen Nutzenanstieg in Höhe von $u'(c_t)\frac{W_t^n}{P_t}$.
- Im Optimum gleichen sich beide Effekte aus und es gilt somit:

$$u'(C_t)\frac{W_t^n}{P_t} = \gamma'(N_t) \tag{59}$$

- Die Gleichungen (55), (57) und (59) repräsentieren keine vollständige Lösung des Haushalts-Optimierungsproblems (Bagliano and Bertola 2007, p.8).
- Sie erklären lediglich,
    - wie der Haushalt seine verfügbare Zeit optimal zwischen Freizeit und Arbeitszeit und damit **zwischen** Freizeit und Konsum aufteilt und wie
    - der Haushalt ein gegebenes Einkommen **zwischen** Gegenwartskonsum, Kassenhaltung und zukünftigem Konsum aufteilt.

- Explizite Lösungen für die First-Order-Bedingungen werden durch Log-Linearisierung erreicht.
- Grundlage sind die folgenden expliziten Nutzenbeziehungen:

$$\begin{aligned} u\left(C_t\right) &= \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \\ \nu\left(\frac{M^n}{P}\right) &= \frac{\left(\frac{M^n}{P}\right)^{1-\mu}}{1-\mu} \\ \gamma\left(N\right) &= \frac{N^{1+\psi}}{1+\psi} \end{aligned}$$

wobei gilt:

$$\sigma = -\frac{u''\left(\overline{C}\right)}{u'\left(\overline{C}\right)}\overline{C}, \quad \mu = -\frac{\nu''\left(\overline{M}\right)}{\nu'\left(\overline{M}\right)}\overline{M}, \quad \psi = \frac{\gamma''\left(\overline{N}\right)}{\gamma'\left(\overline{N}\right)}\overline{N} > 0$$

- In Logarithmen erhalten wir für die Euler Gleichung:

$$\log e^{\log C_t^{-\sigma}} = \log \beta e^{\log E_t C_{t+1}^{-\sigma}} + \log e^{\log(1+i_t)} - \log e^{(1+E_t \pi_{t+1})} \tag{60}$$

- Wir approximieren die linke Seite durch einer Taylor-Expansion 1. Ordnung um den Steady State:

$$\log e^{\log C_t^{-\sigma}} = \log e^{\log \overline{C}^{-\sigma}} - \frac{1}{e^{\log \overline{C}^{-\sigma}}} e^{\log \overline{C}^{-\sigma}} \sigma \underbrace{\log \left(\frac{C_t}{\overline{C}} \right)}_{\widehat{c}_t} \tag{61}$$

- Wir approximieren die rechte Seite von (60) durch eine Taylor-Expansion:

$$
\begin{aligned}
& \log \beta e^{\log E_t C_{t+1}^{-\sigma}} + \log e^{\log(1+i_t)} - \log e^{(1+E_t \pi_{t+1})} \\
= \quad & \log \beta e^{\log \overline{C}^{-\sigma}} - \frac{1}{\beta e^{\log \overline{C}^{-\sigma}}} \beta e^{\log \overline{C}^{-\sigma}} \sigma \underbrace{\log \left(\frac{E_t C_{t+1}}{\overline{C}} \right)}_{E_t \widehat{c}_{t+1}} + \\
& \log e^{\log(1+\bar{i})} + \frac{1}{e^{\log(1+\bar{i})}} e^{\log(1+\bar{i})} \underbrace{(i_t - \bar{i})}_{\widehat{i}_{t+1}} - \\
& \log e^{\log(1+\overline{\pi})} + \frac{1}{e^{\log(1+\overline{\pi})}} e^{\log(1+\overline{\pi})} \underbrace{(E_t \pi_{t+1} - \overline{\pi})}_{E_t \widehat{\pi}_{t+1}}
\end{aligned}
$$

- Im Steady State gilt:

$$\log e^{\log \overline{C}^{-\sigma}} = \log \beta e^{\log \overline{C}^{-\sigma}} + \log e^{\log(1+\bar{i})} - \log e^{\log(1+\overline{\pi})}$$

- Daraus folgt für die Euler Gleichung:

$$\begin{aligned} -\sigma \widehat{c}_t &= -\sigma E_t \widehat{c}_{t+1} + \widehat{i}_t - E_t \widehat{\pi}_{t+1} \Leftrightarrow \\ \widehat{c}_t &= E_t \widehat{c}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(\widehat{i}_t - E_t \widehat{\pi}_{t+1}\right) \end{aligned} \tag{62}$$

- Durch Anwendung desselben Verfahrens erhalten wir für die optimale Beziehung zwischen realer Kassenhaltung und Gegenwartskonsum:

$$\begin{aligned} \widehat{m}_t &= \frac{\sigma}{\mu}\widehat{c}_t - \frac{\left(1-\bar{i}\right)}{\mu}\widehat{i}_t \\ \mu &= -\frac{\nu''\left(\overline{M}\right)}{\nu'\left(\overline{M}\right)}\overline{M} \end{aligned}$$

- und für die optimale Beziehung zwischen Arbeitsangebot und Gegenwartskonsum:

$$-\sigma\widehat{c}_t + \widehat{w}_t = \psi\widehat{n}_t \tag{63}$$

$$\psi = \frac{\gamma''\left(\overline{N}\right)}{\gamma'\left(\overline{N}\right)}\overline{N} > 0 \tag{64}$$

wobei wiederum $\widehat{w}_t$ $(\widehat{n}_t)$prozentuale Abweichungen des Reallohnes (Arbeitsangebotes) vom Steady State bezeichnen.

Das neukeynesianische DSGE-Grundmodell

- Im Grundmodell werden öffentliche Ausgaben für Güter und Dienste $(G_t P_t)$, ferner Zinszahlungen $\left(B^n_{t-1} i_t\right)$ durch eine Kopfsteuer $\left(T^n_t\right)$ und durch die Emission des einzigen Wertpapieres finanziert.
- Daraus folgt als staatliche Budgetrestriktion für die Periode t:

$$\frac{B^{ns}_t - B^n_{t-1}}{P_t} = G_t - T_t + \frac{B^n_{t-1}}{P_t} i_t \tag{65}$$

wobei B^{ns}_t das staatliche Wertpapierangebot bezeichnet.

- Es wird davon ausgegangen, dass auch der Staat über einen Planungshorizont von $t \to \infty$ eine Solvenzrestriktion berücksichtigt:

$$(G_0 - T_0)\,P_0 + \frac{(G_1 P_1 - T_1^n)}{1 + i_1} + \frac{(G_2 P_2 - T_2^n)}{(1 + i_1)\,(1 + i_2)} + \ldots = 0$$

- Das ist gleichbedeutend mit:

$$\lim_{T \to \infty} \left(\frac{B_T^n}{\prod_{s=0}^{T} (1 + i_s)} \right) \geq 0 \tag{66}$$

- Der Staat kauft Güter in jedem der existierenden Gütermärkte und stellt seinen Warenkorb nach demselben Verfahren zusammen wie die Haushalte:

$$
\begin{aligned}
& \min G_{jt} P_{jt} \\
& \text{unter der Nebenbedingung} \\
G_t \quad = \quad & \left[\int_{j=0}^{\infty} G_{jt}^{\frac{\theta}{\theta-1}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}
\end{aligned}
$$

- Daraus folgt als staatliche Nachfrage nach dem Gut j:

$$G_{jt} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t} \right) G_t \tag{67}$$

Das neukeynesianische DSGE-Grundmodell

Zentralbank

- Das Verhalten der Zentralbank wird durch die Taylor-Regel beschrieben:
  - * Die Zentralbank fixiert den Nominalzins.
  - * Grundlage ist eine Kombination aus Fisher-Gleichung und nominellen Rigiditäten.
- Nach der Fisher-Gleichung wird der Nominalzins durch den Realzins plus erwarteter Inflationsrate bestimmt.
  - * Der Realzins der Fisher-Gleichung ist eine realwirtschaftliche Größe, die durch die Geldpolitik nicht beeinflusst werden kann.
- Die Fisher-Gleichung charakterisiert vollständig den Steady State.

- Wäre die Volkswirtschaft ständig im Steady State, würde gemäß Taylor-Regel die Zentralbank einen Nominalzins wählen, der der Summe aus Realzins und Zielinflationsrate entspricht.
- Aufgrund von nominellen Rigiditäten können sowohl Realzins als auch Inflationsrate von ihren Steady-State-Werten abweichen.
    - Insbesondere kann die Zentralbank Einfluss auf den Realzins nehmen.

- Nach der Taylor-Regel versucht die Zentralbank mit ihrer Zinspolitik Abweichungen vom Steady State abzubauen.
- Setzen wir die Zielinflationsrate gleich Null, lautet dann die Taylor-Regel:

$$\begin{aligned} \widehat{i}_t &= \rho_\pi \pi_t + \rho_y \widehat{y}_t \\ \rho_\pi &> 0, \qquad \rho_y > 0 \end{aligned} \tag{68}$$

wobei $\widehat{y}_t$ prozentuelle Abweichungen der gesamtwirtschaftlichen Produktion vom Steady-State-Wert beschreibt.

- Im Grundmodell gibt es in der Volkswirtschaft ein Kontinuum an monopolistischen Konkurrenzanbietern.
- Jede Firma produziert ein Gut j, das zu allen anderen Gütern in einer unvollständigen Substitutionsbeziehung steht.
- Im einfachsten Fall ist Arbeit der einzige Produktionsfaktor, und die Produktionsfunktion ist linear-limitational:

$$Y_{jt} = Z_t N_{jt} \tag{69}$$

- Z_t symbolisiert einen für alle Firmen identischen stochastischen Produktivitätsschock mit einer i.i.d.Verteilung und $E_t\left[Z_t\right] = 1$.

- In der gegenwärtigen Periode t maximiert die repräsentative Firma ihren (realen) Gewinn, wobei sie einen unendlich langen Planungshorizont besitzt.
- Instrumentvariable ist dabei der Preis für das zu produzierende Gut.
- Monopolistische Konkurrenz erlaubt es jeder Firma, den Angebotspreis zu fixieren und sich flexibel an geänderte Marktbedingungen anzupassen.

- Eigentlich müsste die Firma für jede Periode den optimalen Preis wählen.
- Annahme: Calvo Pricing (Calvo 1983):
    - * Ob und wann die Preise angepasst werden sollen, bleibt dem Zufall überlassen.
- Wenn also die Wahl des für die gegenwärtige Periode optimalen Preis ansteht, dann besitzt mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit dieser Preis auch in Zukunft Relevanz besitzt.

- Das Optimierungsproblem:

$$\max E_t \sum_{s=0}^{\infty} \varpi^s \Delta_{s,t+s} \Omega_{jt+s}$$

$$\Omega_{jt+s} = Y_{jt+s} \frac{P_{jt+s}}{P_{t+s}} - N_{jt} \frac{W^n_{t+s}}{P_{t+s}}$$

unter der Nebenbedingung

$$Y_{jt+s} = \left(\frac{P_{jt}}{P_{t+s}} \right)^{1-\theta} (C_{t+s} + G_{t+s})$$

mit ϖ als Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Preis in einer bestimmten Periode **nicht** angepasst wird, Ω_j als realem Gewinn der Firma j und $\Delta_{s,t+s}$ noch zu erklärendem Diskontierungsfaktor.

- Gemäß (69) gilt dabei:

$$N_{jt} \frac{W^n_{t+s}}{P_{t+s}} = \frac{\frac{W_{t+s}}{P_{t+s}}}{Z_t} Y_{jt+s} \equiv MC_{t+s} \cdot Y_{jt+s} \tag{70}$$

mit MC_{t+i} als realen Stück- gleich Grenzkosten.

- Damit können wir das Optimierungsproblem reduzieren zu:

$$\max E_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \varpi^s \Delta_{s,t+s} \left[\left(\frac{P_{jt}}{P_{t+s}} \right)^{1-\theta} - \left(\frac{P_{jt}}{P_{t+s}} \right)^{-\theta} MC_{t+s} \right] (C_{t+s} + G_{t+s}) \right\} \tag{71}$$

- Diskontiert wird mit dem Realzins.

  * Gemäß der Euler Gleichung gilt dabei:

$$1 = E_t\left[\left(\beta\frac{u'\left(C_{t+1}\right)}{u'\left(C_t\right)}\right)\frac{P_t}{P_{t+1}}\left(1+i_t\right)\right]$$

- Annahmegemäß wird die Kovarianz zwischen $\beta\frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}$ und dem Realzins $\frac{P_t}{P_{t+1}}(1+i_t)$ gleich Null gesetzt.

- In diesem Fall können wir schreiben:

$$E_t\left[\left(\beta\frac{u'\left(C_{t+1}\right)}{u'\left(C_t\right)}\right)\frac{P_t}{P_{t+1}}\left(1+i_t\right)\right]=E_t\left[\beta\frac{u'\left(C_{t+1}\right)}{u'\left(C_t\right)}\right]E_t\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\left(1+i_t\right)\right] \tag{72}$$

- Dies macht es möglich anstelle des Realzinses den stochastischen Diskontierungsfaktor $\mathcal{M}$, definiert durch (56) zu verwenden.
  * Das hat formale Vorteile.

- Das reformulierte Optimierungsproblem (unter Benutzung der expliziten Nutzenfunktion $u(C) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$:

$$\max E_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \varpi^s \frac{\beta^i C_{t+s}^{-\sigma}}{C_t^{-\sigma}} \left[\left(\frac{P_{jt}}{P_{t+s}} \right)^{1-\theta} - \left(\frac{P_{jt}}{P_{t+s}} \right)^{-\theta} MC_{t+s} \right] (X_{t+s}) \right\}$$

mit

$$X_{t+s} = C_{t+s} + G_{t+s}$$

- Wir erhalten als optimalen relativen Preis (Walsh 2003, p. 236):

$$\frac{P_{jt}}{P_t} = \underbrace{\left(\frac{\theta}{\theta - 1}\right)}_{\chi} \frac{E_t \sum_{s=0}^{\infty} \varpi^s \beta^s \left(\frac{P_{t+s}}{P_t}\right)^{\theta} MC_{t+s} \left(C_{t+s}^{1-\sigma} + G_{t+s}\right)}{E_t \sum_{s=0}^{\infty} \varpi^s \beta^s \left(\frac{P_{t+s}}{P_t}\right)^{\theta-1} \left(C_{t+s}^{1-\sigma} + G_{t+s}\right)} = Q_t \tag{73}$$

- wobei χ den Markup bezeichnet.
- Der einzelwirtschaftliche optimale relative Preis bildet eine wesentliche Grundlage für die neukeynesianische Phillipskurve.

- Die Phillipskurve stellt einen Zusammenhang her zwischen der Inflationsrate und dem Outputgap.
- Im neukeynesianischen Modell wird sie aus der mikroökonomischen Entscheidung der Firmen über die Angebotspreise und der Lohnbestimmung hergeleitet.
- Hierbei muss zunächst eine Beziehung hergestellt werden
  - zwischen dem Preis für jedes Gut j, dem Preisniveau und der Inflationsrate,
  - zwischen dem einzelwirtschaftlichen und dem aggregierten Output,
  - zwischen der einzel- und der gesamtwirtschaftlichen Beschäftigung.

- Für den aggregierten Output und die aggregierte Beschäftigung folgt:

$$Y_t = \int_{j=0}^{1} Y_{jt} dj \tag{74}$$

$$N_t = \int_{j=0}^{1} N_{jt} dj \tag{75}$$

- Wir wissen, dass der Preisindex definiert ist durch

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{jt}^{1-\theta} dj \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \Leftrightarrow P_t^{1-\theta} = \int_0^1 P_{jt}^{1-\theta} dj$$

- In jeder Periode passt ein Prozentsatz von $1-\varpi$ Firmen den Preis an (P_t^*) und ein Prozentsatz ϖ verzichtet darauf. Daraus folgt für P_t :

$$P_t^{1-\theta} = (1-\varpi) P_t^{*1-\theta} + \varpi P_{t-1}^{1-\theta} \Leftrightarrow \tag{76}$$

$$1 = (1-\varpi) Q_t^{1-\theta} + \varpi \left(\frac{P_{t-1}}{P_t}\right)^{1-\theta}$$

- Loglinearisierung von (76) um den Steady State führt zu:

$$0 = (1-\varpi) \widehat{q}_t - \varpi \pi_t \Rightarrow \pi_t = \frac{1-\varpi}{\varpi} \widehat{q}_t \tag{77}$$

- Im Steady State wird von vollständig flexiblen Preisen ausgegangen.

- Annahmegemäß setzen alle Firmen im Steady State denselben Preis für ihr Gut. Daraus folgt:

$$\overline{Q}_t = 1 = \chi \overline{MC}_t \tag{78}$$

und somit

$$\overline{MC}_t = \frac{1}{\chi} \tag{79}$$

- Loglinearisierung von (73) unter Berücksichtigung von (77) führt zu

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{1-\varpi}{\varpi}(1-\beta\varpi)\,\widehat{mc}_t \tag{80}$$

- Die aktuelle Inflationsrate wird durch zwei Komponenten bestimmt:
  1. durch die erwartete zukünftige Inflationsrate,
  2. durch Abweichungen der Grenzkosten von ihrem Steady State.
- Da gilt:

$$\widehat{mc}_t = \widehat{w} - \widehat{z}_t \tag{81}$$

- hängt die aktuelle Inflationsrate sowohl von einem Produktivitätsschock als auch von Abweichungen des Reallohns vom Steady State ab.

- Der Reallohn wird im Arbeitsmarktgleichgewicht bestimmt.
- Als Arbeitsangebot wird Gleichung (63) verwendet.
- Die Arbeitsnachfrage folgt aus der Produktionsfunktion (69). Loglinearisierung führt dabei zu:

$$\widehat{n}_t = \widehat{y}_t - \widehat{z}_t \tag{82}$$

- Unter Berücksichtigung von Gütermarktgleichgewicht und Staatsausgaben für Güter und Dienste gilt dabei:

$$Y_t = C_t + G_t \tag{83}$$

- oder in log-linearisierter Version:

$$\widehat{y}_t = c_{\overline{y}} \widehat{c}_t + g_{\overline{y}} \widehat{g}_t \tag{84}$$

- mit

$$c_{\overline{y}} = \frac{\overline{C}}{\overline{Y}}; \qquad g_{\overline{y}} = \frac{\overline{G}}{\overline{Y}}$$

$$\widehat{c}_t = \frac{\widehat{y}_t}{c_{\overline{y}}} - \frac{g_{\overline{y}}}{c_{\overline{y}}}\widehat{g}_t \tag{85}$$

- Arbeitsmarktgleichgewicht impliziert dann:

$$\widehat{y}_t - \widehat{z}_t = \frac{1}{\psi}\left(\widehat{w}_t\right) - \frac{\sigma}{\psi}\left(\frac{\widehat{y}_t}{c_{\overline{y}}} - \frac{g_{\overline{y}}}{c_{\overline{y}}}\widehat{g}_t\right) \tag{86}$$

und somit als gleichgewichtigen Reallohn, definiert als Abweichung vom Steady State:

$$\widehat{w}_t = \left(\psi + \frac{\sigma}{c_{\overline{y}}}\right)\widehat{y}_t - \frac{\sigma g_{\overline{y}}}{c_{\overline{y}}}\widehat{g}_t - \psi\widehat{z}_t \tag{87}$$

- Somit erhalten wir für (80):

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{1-\omega}{\omega}(1-\beta\varpi)\left(\psi + \frac{\sigma}{c_{\overline{y}}}\right)\widehat{y}_t - \tag{88}$$

$$\frac{1-\omega}{\omega}(1-\beta\varpi)\frac{\sigma g_{\overline{y}}}{c_{\overline{y}}}\widehat{g}_t - \tag{89}$$

$$\underbrace{\frac{1-\omega}{\omega}(1-\beta\varpi)}_{\kappa}(1+\psi)\widehat{z}_t$$

- In Walsh 2003 bleiben Staatsausgaben unberücksichtigt.

- Ausgangspunkt ist Gütermarktgleichgewicht:

$$\widehat{y}_t = c_{\overline{y}}\widehat{c}_t + g_{\overline{y}}\widehat{g}_t$$

- $\widehat{c}_t$ wird durch die Euler Gleichung bestimmt:

$$\widehat{c}_t = E_t\widehat{c}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(\widehat{i}_t - E_t\pi_{t+1}\right)$$

- Ersetzen wir nun in der Euler Gleichung $\widehat{c}_t$ durch $\frac{1}{c_{\overline{y}}}\widehat{y}_t - \frac{g_{\overline{y}}}{c_{\overline{y}}}\widehat{g}_t$ und $E_t\widehat{c}_{t+1}$ durch $\frac{1}{c_{\overline{y}}}E_t\widehat{y}_{t+1} - \frac{g_{\overline{y}}}{c_{\overline{y}}}E_t\widehat{g}_{t+1}$, dann sieht die Euler Gleichung wie folgt aus:

$$\widehat{y}_t = E_t\widehat{y}_{t+1} + g_{\overline{y}}\widehat{g}_t - g_{\overline{y}}E_t\widehat{g}_{t+1} - \frac{c_{\overline{y}}}{\sigma}\left(\widehat{i}_t - E_t\widehat{\pi}_{t+1}\right) \tag{90}$$

- Gleichung (90) wird als neukeynesianische IS-Kurve interpretiert.

- Sie ist dynamisch (Galí, 2008), und sie enthält vorwärts gerichtete Erwartungen (Kerr und King, 1996).
- Das Modell wird ergänzt durch die Taylor-Regel, durch die der Nominalzins bestimmt wird.
- Offen bleibt hierbei das Zusammenspiel zwischen den Aktionen der Zentralbank und den privaten Akteuren auf dem Wertpapier- und Geldmarkt.

In der reduzierten Modellform kann das neukeynesianische DSGE Modell durch drei Gleichungen beschrieben werden:

1. Die sogenannte neukeynesianische IS-Kurve (Gleichung 90)
2. die Phillips Kurve (88)
3. die Taylor Regel (68)

- Ihr Zusammenspiel entscheidet darüber, ob und wie die Ökonomie den Steady State erreicht.
- Wohlbemerkt ist der Steady State durch eine aggregierte Güterproduktion charakterisiert, die vollständig neoklassischen Kriterien entspricht.
- Die Rolle der Geldpolitik ist es, durch Wahl der Parameter in der Taylor-Regel dafür zu sorgen, dass dieser Steady State erreicht wird.

Weiterentwicklungen des Grundmodells

Überblick

- Analog zum RBC-Modell ist das Grundmodell nicht in der Lage persistente Abweichungen vom Steady State zu erklären.
    - Dies gilt für eine beobachtete Trägheit in der Anpassung der Inflationsrate auf Nachfrageschocks (inflation persistence).
    - Das gilt auf die in der Realität beobachtete buckelförmige Anpassung der aggregierten Güternachfrage auf Schocks.
- Zu wenig Beachtung wurde dem Phänomen unfreiwilliger Arbeitslosigkeit gewidmet.
- Das Modell ist nicht in der Lage, finanzielle Instabilität bzw. gar Finanzkrisen zu erklären.

Weiterentwicklungen des Grundmodells

Überblick

1. Behandlung des Persistenzproblems
    * Habit persistence
    * Rule-of-thumb-households
    * sticky information
2. Berücksichtigung von Lohnrigiditäten
3. Berücksichtigung von unvollständigen Finanzmärkten

- Das Konsumverhalten zeigt im Grundmodell analog zur permanenten Einkommenshypothese keine Persistenz
- Abhilfe wurde geschaffen:
    - Rule-of-Thumb-Behaviour eines Teils der Haushalte,
    - Habit Persistence,

- Die Nutzenfunktion des repräsentativen Konsumenten wird verändert.
- Es gibt verschiedene Versionen der Habit Persistence:
- Die am häufigsten in DSGE-Modellen gebrauchte Version:

$$U(C) = U(C_t - \alpha C_{t-1})$$

  * Ein Anstieg des heutigen Konsums senkt den Grenznutzen des Konsums in t und erhöht den in t+1.
  * Je mehr der Konsument heute vertilgt, umso größer ist der Hunger morgen.

- Eine Alternative besteht darin, nicht nur den Konsum aus der Vorperiode zu berücksichtigen:

$$
\begin{aligned}
U(C) &= U(C_t - \alpha S_{t-1}) \\
S_t &= S(C_{t-1}, C_{t-2}, ...)
\end{aligned}
$$

  * Je mehr der Konsument heute vertilt, umso größer ist nicht nur sein Hunger in t+1, sondern in allen zukünftigen Perioden.

- To catch up with the Jonses' (Abel 1990)

$$U\left(C_j\right) = U\left(C_{jt}, \left[C_{jt-1}^{D} C_{t-1}^{1-D}\right]^{\gamma}\right), D \geq 0, \gamma \geq 0$$

Die Konsumgewohnheit richtet sich nicht nur am eigenen vergangenen Konsum, sondern auch am **aggregierten** Konsum aus.

- Relative Habit Persistence (Duesenberry 1949, Fuhrer 2000)
    * Der aktuelle Konsumnutzen wird bestimmt durch das Verhältnis zwischen laufendem Konsum und dem Konsum der Vorperiode.
    * Beispiel aus Fuhrer (2000):

$$u(C) = \frac{1}{1-\sigma}\left(\frac{C_t}{C_{t-1}^{\gamma}}\right)^{1-\sigma} = \frac{1}{1-\sigma}\left(\frac{C_t}{C_{t-1}}C_{t-1}^{1-\gamma}\right)^{1-\sigma}$$

wobei γ die Stärke der Habit Persistence aufzeigt.

- Im Baseline Modell passt sich die Inflationsrate schneller an Nachfrageänderungen an, als es durch die empirische Evidenz bestätigt wird.
- Mankiw und Reis (2002) schlagen als Ausweg 'sticky information' vor.
- In DSGE-Modellen mit 'sticky **prices**' wird unterstellt, dass die Firmen rationale Erwartungen haben.
    - Sie sind mit den Informationen also immer auf dem aktuellen Stand.
    - Informationsprobleme sind somit kein Grund für eine fehlende Preisanpassung an eine sich ändernde Nachfrage.

- In Modellen mit sticky information wird dagegen unterstellt, dass die Firmen prinzipiell die Möglichkeit haben, ihren Preis in jeder Periode anzupassen.
- Allerdings basieren ihre Erwartungen über die damit verbundenen zukünftigen Gewinne auf einem veralteten Informationsset.
- Aus diesem Grund kann es zu Anpassungsverzögerungen kommen, die Inflationspersistenz erklären können.

Kritische Würdigung

- Das vorgestellte Modell versteht sich als keynesianischer Ansatz.
- Behauptet wird eine Überlegenheit gegenüber traditionellen keynesiansichen Modellen aufgrund folgender Faktoren:

  * mikroökonomische Fundierung,
  * Dynamik,
  * vorwärts gerichtete Erwartungen.

Kritische Würdigung

Meine Kritik

- Das DSGE Modell ist nicht in Lage wie es zu einer Übereinstimmung von Sparen und Investieren kommt.
- Keynesianische Botschaften:
    - Sparen und Investieren/staatliches Budgetdefizit finden in einer Marktökonomie nicht ohne entsprechende Anpassungen der aggregierten Güterproduktion zusammen.
    - Insbesondere ein Überschuss der Ersparnis über die Investition/staatliches Budgetdefizit führt zu einem Rückgang der aggregierten Güterproduktion und der Beschäftigung.
    - In einer offene Volkswirtschaft wird eine Diskrepanz zwischen Sparen und Investieren nicht automatisch durch einen Saldo in der Leistungsbilanz ausgeglichen.

Kritische Würdigung

Meine Begründung:

- Die Euler-Gleichung ist keine IS-Kurve.
- Die Euler-Gleichung bildet das optimale Verhältniss zwischen Konsum heute und morgen ab.
  - * Somit bildet sie die Bedingungen für eine intertemporal effiziente Ressourcenallokation ab.
- Optimale intertemporale Beziehungen bieten keine Erklärung dafür, wie Sparen und Investieren zusammenkommen.

Eine Übereinstimmung zwischen I und S repräsentiert die Lösung folgenden Problems:

- In jeder Periode wird ein Warenkorb produziert, in dessen Höhe ein Einkommen entsteht, das den Haushalten zufließt.
- In dem Umfang, in dem die Haushalte ihr Einkommen verwenden, um Konsumgüter zu finanzieren, nehmen sie Güter aus dem produzierten Warenkorb heraus.
- Sparen die Haushalte, benutzen sie nicht ihr gesamtes Einkommen, um Güter nachzufragen.

- Ein Überangebot kann nur dadurch vermieden werden, dass andere Nachfrager 'in die Bresche' springen.
    * Investoren,
    * Staat,
    * Ausland.
- Sofern diese anderen Nachfrager nicht auch am erwirtschafteten Nationaleinkommen teilhaben, müssen sie ihre Nachfrage anderweitig finanzieren.

- Die Neoklassik betont hier die Rolle der Ersparnis als Angebot an Finanzierungsmitteln.
    * Auf diese Weise rückt der Realzins als Ausgleichsmechanismus in den Mittelpunkt.
- Keynes betont die Möglichkeit, das Gesparte zu **horten** und damit Geld dem Wirtschaftskreislauf zu entziehen.
- Entscheidend ist somit, **wie** die Haushalte ihre Ersparnis anlegen.
- Horten führt dazu, dass die Rolle der Ersparnis auf einen Nachfrageausfall beschränkt bleibt.

- Eine Übereinstimmung zwischen Güterangebot und Güternachfrage muss dann durch andere Mechanismen erreicht werden als durch den Zins.
- Bei rigiden Preisen kommt hier nur die Anpassung des Angebots an die Nachfrage infrage.
- Der Zins spielt nur insofern eine Rolle, als er die Höhe der Investitionen bestimmt und damit die Höhe einer nicht durch das Nationaleinkommen finanzierten Nachfrage.
- Das ist die Konzeption, die hinter der IS-Kurve steckt.

- Die Euler Gleichung bildet das optimale Verhältnis zwischen Konsum heute und morgen ab.
- Sie gibt keinerlei Auskunft über die optimale Höhe des Konsum**niveaus** und die optimale **Höhe** der Ersparnis.
    - Die Euler Gleichung stellt nämlich nicht die vollständige Lösung des Haushaltsoptimierungsproblems dar.
    - Hierzu müßte die Euler Gleichung in die intertemporale Budgetrestriktion eingesetzt werden.

- Die Euler Gleichung gibt auch nicht wieder, **wie** die Ersparnis angelegt wird.
- Darüber gibt auch die Optimalbedingung für das Verhältnis zwischen Konsum und Kassenhaltung keine Auskunft:
    - Auch diesbezüglich müsste diese Optimalbedingung in die intertemporale Budgetrestriktion eingesetzt werden.
- Anders gewendet: Im neukeynesianischen DSGE Modell werden optimale **Verhältnisse** zwischen den Entscheidungsvariablen der Haushalte direkt auf die Makroebene übertragen.
- Daran ändert auch die Loglinearisierung nichts. Sie wandelt nur optimale Verhältnisse in Differenzen um.

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Es liegt nahe, durch vollständige Lösung des Haushaltsoptimierungsproblems Aussagen über den Konsum und die Ersparnis in jeder Periode zu erhalten.
- Grundlage ist hierfür die intertemporale Budgetrestriktion, in die die First-Order-Bedingungen eingesetzt werden.
- Ich zeige im Folgenden, dass dies solange keine Lösung des Problems bringt, wie wir an der Konzeption eines repräsentativen Agenten festhalten.

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

Hierbei wähle ich einen sehr einfachen Modellrahmen:

1. logarithmische Nutzenfunktion
2. Keine Unsicherheit
3. Konstantes Preisnviveau
4. Nutzen stiften nur Konsum und Kassenhaltung
5. Vernachlässigung von GewinneinkommenIn der gegenwärtigen Periode t maximiert die repräsentative Firma ihren Gewinn, wobei sie einen unendlich langen Planungshorizont besitzt.

- Instrumentvariable ist dabei der Preis für das zu produzierende Gut.

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

Der repräsentative Haushalt löst das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \max U &= \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left(\ln C_{t+s} + \gamma \ln M_{t+s}\right) \\ \gamma &> 0 \end{aligned} \tag{91}$$

unter Beachtung der Nebenbedingungen:

$$C_{t+s} + B_{t+s} + M_{t+s} = Y_{t+s} - T_{t+s} + B_{t+s-1}\left(1 + i_{t+s-1}\right) + M_{t+s-1}, \tag{92}$$

$$\lim_{T \to \infty} \frac{B_{t+T}}{\prod_{s=1}^{T} \left(1 + i_{t+s}\right)} \geq 0 \tag{93}$$

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Die Nebenbedingungen können zur intertemporalen Budgetrestriktion zusammengefasst werden, wobei wir vereinfachend exogene Anfangsbestände an Vermögen vernachlässigen:

$$V_t = C_t + \frac{C_{t+1}}{(1+i_t)} + \frac{C_{t+2}}{(1+i_t)(1+i_{t+1})} + ... + \frac{C_{t+T}}{\prod_{s=1}^{T}(1+i_{t+s})} \qquad (94)$$

- V_t repräsentiert den Wert des Vermögens in t als Gegenwartswert aller Einkommen:

$$\begin{aligned} V_t \quad \equiv \quad & (Y_t - T_t) + \frac{Y_{t+1} - T_{t+1}}{(1+i_t)} + \frac{Y_{t+2} - T_{t+2}}{(1+i_t)(1+i_{t+1})} + \qquad (95) \\ & \frac{Y_{t+3} - T_{t+3}}{(1+i_t)(1+i_{t+1})(1+i_{t+2})} + ... - M_t\left(\frac{i_t}{1+i_t}\right) - \\ & \frac{M_{t+1}}{(1+i_t)}\left(\frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}}\right) - \frac{M_{t+2}}{(1+i_t)(1+i_{t+1})}\left(\frac{i_{t+2}}{1+i_{t+2}}\right) - ... \end{aligned}$$

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

Die First-Order-Bedingungen:

$$C_{t+1} = \beta \left(1 + i_t\right) C_t \tag{96}$$

und

$$M_t = \gamma \left(\frac{1 + i_t}{i_t}\right) C_t \tag{97}$$

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Wir setzen die First-Order-Bedingungen in die intertemporale Budgetrestriktion ein.
- Daraus folgt für das optimale Konsumniveau in Periode t:

$$C_t = \frac{1-\beta}{1+\gamma} V_t \equiv \phi \widetilde{V}_t \tag{98}$$

$$\widetilde{V}_t = (Y_t - T_t) + \frac{Y_{t+1} - T_{t+1}}{(1+i_t)} + \frac{Y_{t+2} - T_{t+2}}{(1+i_t)(1+i_{t+1})} + \frac{Y_{t+3} - T_{t+3}}{(1+i_t)(1+i_{t+1})(1+i_{t+2})} + \ldots \tag{99}$$

- Unter Berücksichtigung der Budgetrestriktion für Periode t folgt daraus für die Ersparnis:

$$S_t = Y_t - T_t + B_{t-1} i_{t-1} - \phi \widetilde{V}_t \tag{100}$$

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Für die optimale Kassenhaltung folgt:

$$M_t = \left(\frac{\gamma}{1+\gamma}\right)\left(\frac{1+i_t}{i_t}\right)(1-\beta)\,\widetilde{V}_t \tag{101}$$

- Gütermarktgleichgewicht bedeutet dann:

$$Y_t = \phi\widetilde{V}_t + G_t \tag{102}$$

- Gleichung (102) repräsentiert nun eine IS-Kurve.

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Wichtig: Es spielt keine Rolle, ob wir Investitionen berücksichtigen. Wichtig ist, dass es Nachfrage gibt, die nicht aus dem Nationaleinkommen (vollständig) finanziert wird.
- Die durch Gleichung (102) abgebildete IS-Kurve ist dynamisch, indem sie alle zukünftigen Einkommen enthält.
- Allerdings **gilt sie nicht für alle Perioden** $t + i$ **gleichermaßen**:
    - Wir können für t+1 die IS-Kurve nicht dadurch ermitteln, dass wir in Gleichung 102) den Zeitindex einfach eine Periode nach vorne rücken.

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Aufgrund der Euler Gleichung gilt nämlich:

$$Y_{t+1} = \beta\,(1 + i_t)\,\phi\widetilde{V}_t + G_{t+1} \tag{103}$$

- Aufgrund der Euler Gleichung erhalten wir für jede Periode eine andere IS-Kurve:

$$\begin{aligned}
Y_t &= \phi\widetilde{V}_t + G_t && (104)\\
Y_{t+1} &= \beta\,(1 + i_t)\,\phi\widetilde{V}_t + G_{t+1} && (105)\\
Y_{t+1} &= \beta^2\,(1 + i_t)\,(1 + i_{t+1})\,\phi\widetilde{V}_t + G_{t+2} && (106)\\
&\quad .....
\end{aligned}$$

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Wir erhalten eine Multiplizität von IS-Kurven, wobei allerdings je zwei aufeinanderfolgende IS-Kurven durch das Produkt aus Diskontierungsfaktor und Bruttozins bestimmt wird.
  - Das genau bringt die Euler Gleichung zum Ausdruck.
  - **Die Euler Gleichung bringt also die Beziehung zwischen zwei IS-Kurven zweier aufeinander folgender Perioden zum Ausdruck.**
- Somit ist dieser Modelltyp immer dann von Vorteil, wenn wir uns für die **Beziehung** zwischen den IS-Kurven zweier unterschiedlicher Perioden interessieren.

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Das aber kann nur dann von Interesse sein, wenn die Frage, ob und wie $I = S$ erreicht wird, kein Problem darstellt.
- Genau das ist aber der neoklassische und nicht der keynesianische Ansatz.

Rettung durch vollständige Lösung des Optimierungsproblems?

- Warum sollte die Herstellung des IS-Gleichgewichts ein Problem sein?
    * Horten im Verbund mit Preisrigiditäten führt dazu, dass die Herstellung über Mengenanpassung erfolgt.
    * Grundsätzlich kann zwar Horten durch Kreditgewährung und damit Geldschöpfung des Bankensystems ausgeglichen werden. Aber in Zeiten schlechter Wirtschaftslage kann es zu einem Credit Crunch kommen.
- In einer offenen Volkswirtschaft ist das DSGE Modell nicht in der Lage, die Problematik von hohen Leistungsbilanzungleichgewichten zu diskutieren.

Auswege

- Solange man die übrigen Annahmen des DSGE Modells akzeptiert, bietet die Verwendung eines OLG-Modells eine Problemlösung.
    * Voraussetzung: Jede Generation lebt eine bestimmte Anzahl an Perioden.
    * Im Zwei-Perioden-Fall folgt unter den Annahmen des obigen Modells für den Gesamtkonsum:

$$\begin{aligned} C_t &= C_t^y + C_t^o \\ C_t &= \phi \widetilde{V}_t + \beta \left(1 + i_{t-1}\right) \phi \widetilde{V}_{t-1} \\ C_{t+1} &= \phi \widetilde{V}_{t+1} + \beta \left(1 + i_t\right) \phi \widetilde{V}_t \end{aligned}$$

- Ansonsten bieten sich Stock-Flow-Modelle an.